

Лекции по общей физике
Факультет политологии МГУ имени М.В. Ломоносова

МЕХАНИКА

Кинематика. Динамика. Энергия и импульс. Законы сохранения.

Физика как наука

Цель физики – описать природные явления в возможно более простых терминах.

Научный метод – соединение наблюдения, мышления и эксперимента

Природное явление понято, если его описание доведено до количественных утверждений.

Для описания явлений необходимы единая система представления результатов экспериментов (единицы физических величин) и точный язык формулировки теорий (математика).

Физические величины

Физическая величина обладает числовым значением и размерностью.

Единица физической величины — это такая физическая величина, которой по соглашению присвоено числовое значение, равное единице.

Основные физические величины Международной системы единиц

Длина	метр (м)
Масса	килограмм (кг)
Время	секунда (с)
Сила тока	ампер (А)
Температура	кельвин (К)
Количество вещества	моль (моль)
Сила света	кандела (кд)

Эталон — средство измерения (или комплекс средств измерений), обеспечивающее воспроизведение и (или) хранение единицы, а также утверждённое в качестве эталона в установленном порядке.

Механика

Механика - раздел физики, в котором изучают механическое движение

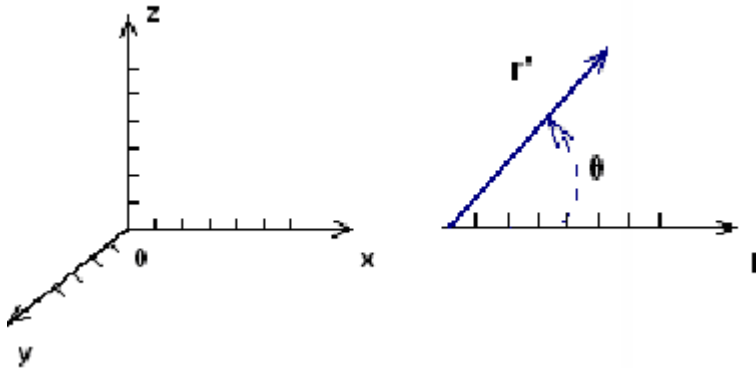
Механическое движение - изменение положения тел в пространстве относительно других тел с течением времени

Механическое движение делят на поступательное, вращательное и колебательное.

Физические модели в механике – материальная точка, замкнутая система, абсолютно твердое тело, нерастяжимая и невесомая нить и т.д.

Система отсчета

Система отсчета включает в себя тело отсчета, систему координат и часы.

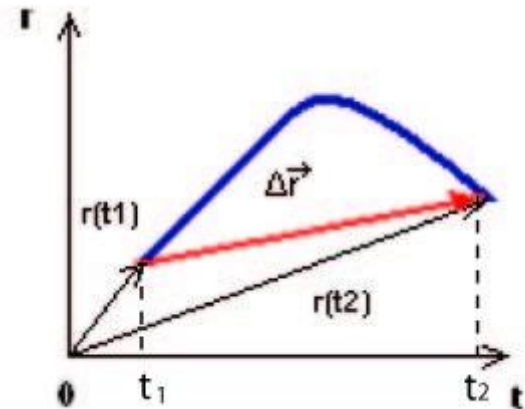


Декартова система координат и полярная система координат

Траектория - линия, которую описывает материальная точка в пространстве;

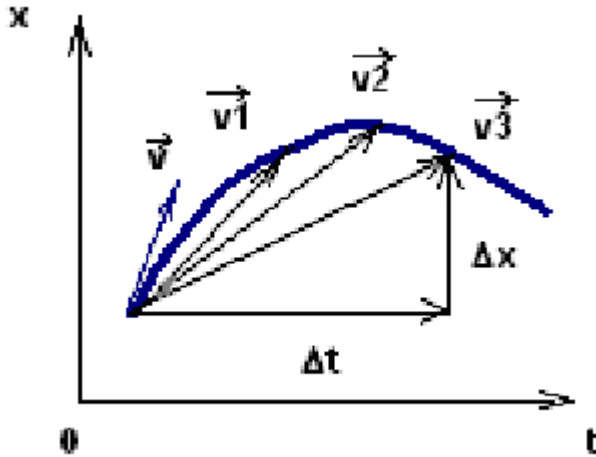
Длина пути - расстояние, пройденное материальной точкой вдоль траектории;

Перемещение - вектор, соединяющий начальное положение движущейся материальной точки $r(t_1)$ с каким-либо ее последующим положением $r(t_2)$;



Длина пути выделена жирной синей линией; $\Delta \vec{r}$ - вектор перемещения

Скорость. Ускорение. Путь.



Мгновенная скорость - это скорость в данной точке,

$$V_{\text{МГН}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

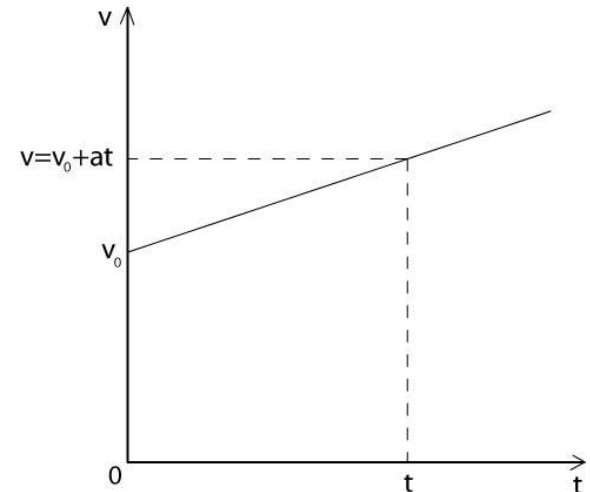
Среднее ускорение:

$$a = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$a = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \equiv x''(t) \equiv \ddot{x}(t)$$

Уравнение для пути равноускоренного движения из начала координат:

$$s = V_{cp} t = \frac{V_0 + V}{2} t = \frac{2V_0 + at}{2} t = V_0 t + \frac{at^2}{2}$$



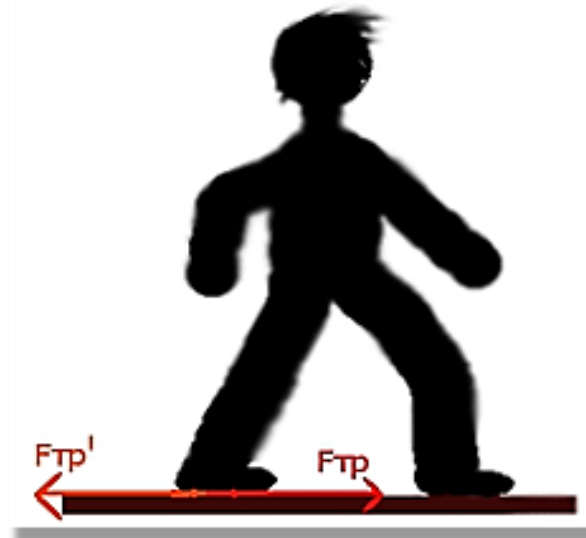
Скорость при равноускоренном движении.

Законы Ньютона

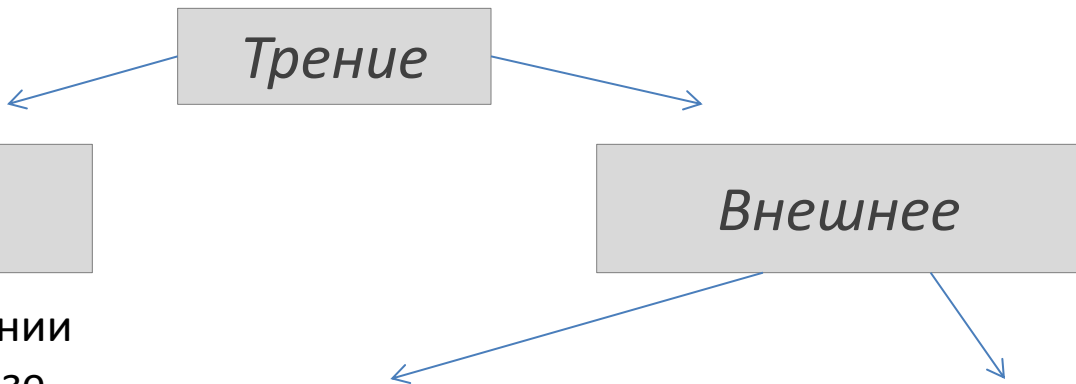
I закон Ньютона: существуют такие инерциальные системы отсчета, относительно которых тело при отсутствии воздействия на него внешних сил (или при их взаимной компенсации) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

II закон Ньютона: ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей всех сил, приложенных к телу: $F = ma$.

III закон Ньютона: когда одно тело действует на другое с некоторой силой, со стороны второго тела на первое действует сила, равная по величине и противоположная по направлению силе действия.

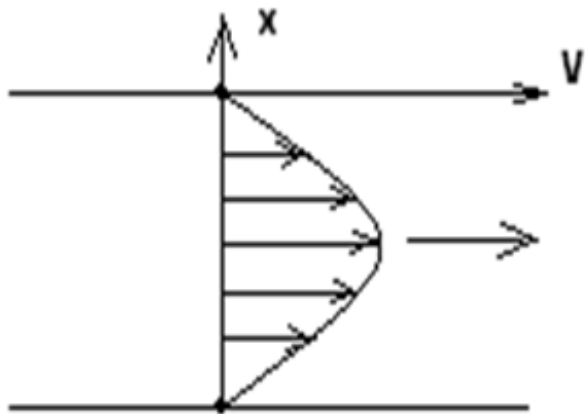


Силы трения

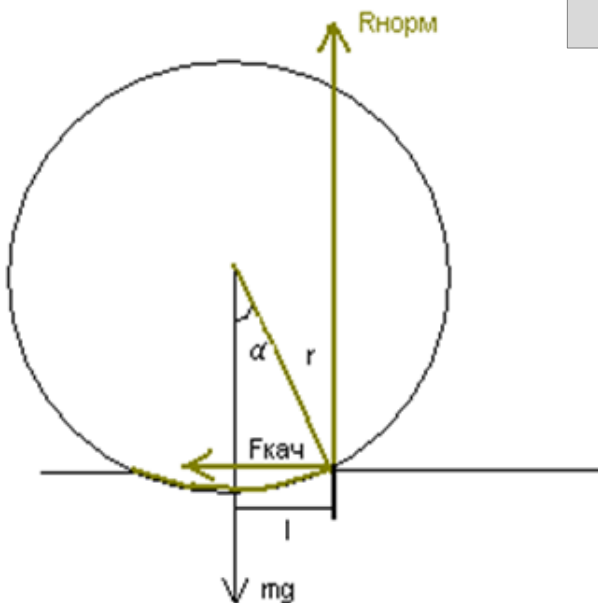


Внутреннее (вязкость)

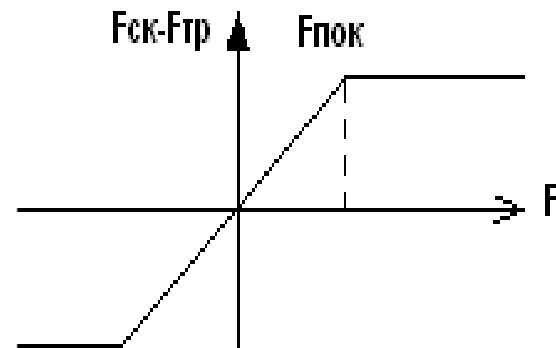
Возникает и при движении тела в жидкости или газе, пример такого трения - течение в реке или ручье.



Трение качения



Трение покоя
Трение скольжения



Закон всемирного тяготения

Формулировка: каждая частица во Вселенной притягивает любую другую частицу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. Сила гравитационного взаимодействия двух тел действует по линии, соединяющей их центры тяжести.

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{n}$$

где m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел, r – расстояние между ними, G – гравитационная постоянная, \vec{n} – единичный вектор, направленный по прямой, соединяющей центры масс этих тел.

Закон всемирного тяготения

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{n}$$

$$G = (6.6720 \pm 0.0041) \cdot 10^{-11} \left[\frac{\text{Н} \cdot \text{М}^2}{\text{кг}^2} \right]$$

**Ускорение свободного
падения:**

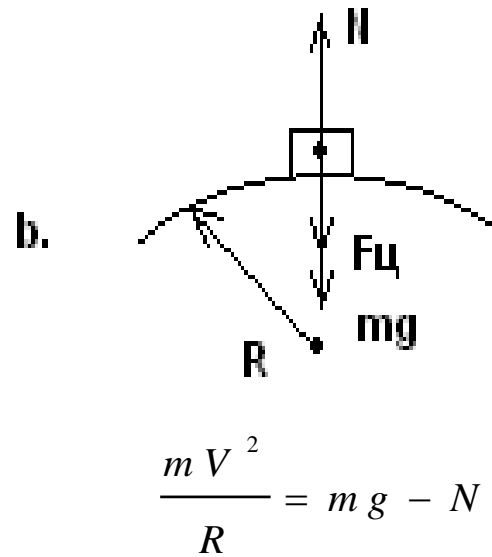
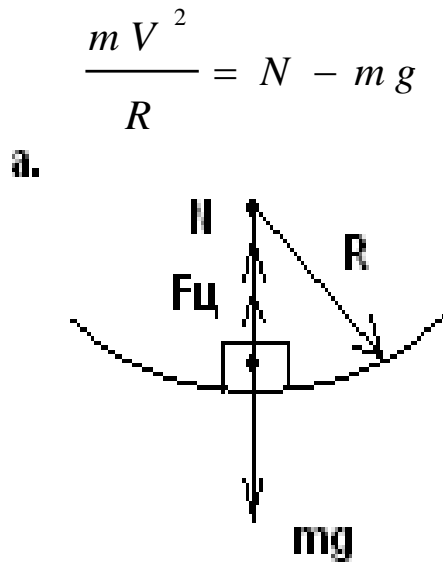
$$m_1 \vec{g} = G \frac{m_1 M_3}{r^2} \vec{n} \longrightarrow \vec{g} = G \frac{M_3}{r^2} \vec{n} = g_0 \vec{n}$$

Если тело находится на высоте h над поверхностью Земли, то сила притяжения и, следовательно, ускорение свободного падения должны изменяться:

$$g = G \frac{M_3}{(R + h)^2} = G \frac{M_3}{R^2} \left(\frac{R}{(R + h)} \right)^2 = g_0 \left(\frac{R}{R + h} \right)^2$$

где g_0 – ускорение на поверхности Земли для высоты $h = 0$, R – радиус Земли.

Динамика движения по окружности



*Движение по
вогнутой (а) и
выпуклой (б)
поверхностям*

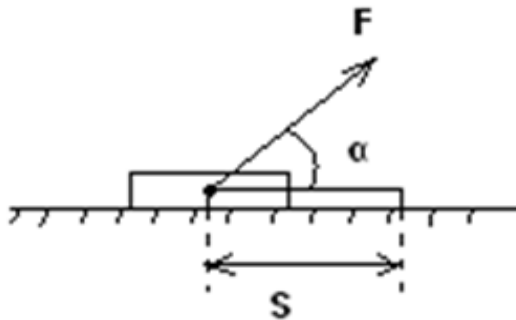
Центростремительное ускорение: $a_{ц} = \frac{V^2}{R}$

Законы сохранения импульса и энергии

Работа, совершаемая постоянной силой при перемещении тела, определяется как произведение величины силы и проекции перемещения на направление силы:

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

где F – постоянная сила, s – перемещение, α – угол между направлением силы и перемещения.



Энергию механического движения называют **кинетической энергией**.

Теорема связи энергии и работы:

$$A = m a s = m \frac{V^2 - V_0^2}{2} = \frac{m V^2}{2} - \frac{m V_0^2}{2}$$

Величину $\frac{mV^2}{2}$ называют **кинетической энергией** поступательного движения тела.

Закон сохранения энергии

Потенциальная энергия – энергия, обусловленная взаимным расположением и формой тел.

Гравитационная потенциальная энергия:

$$U = \int_1^2 (\vec{F}_\theta \cdot d\vec{l}) = \int_1^2 m g \cos\theta dl \xrightarrow{dy = dl \cdot \cos\theta} U = \int_1^2 m g dy = m g (y_2 - y_1) = m g h$$

где $h = y_2 - y_1$ – высота, на которую переместилось тело по вертикали.

Закон сохранения механической энергии: полная механическая энергия тел, взаимодействующих только консервативными силами, в замкнутой системе сохраняется. Замкнутой называют систему, в которой сумма внешних сил, действующих на тело, равна нулю.

$$\frac{m V_1^2}{2} + m g y_1 = m g y_2 + \frac{m V_2^2}{2} = const$$

II формулировка: в замкнутой системе сумма начальной и конечной механической энергии всех частиц системы сохраняется:

$$\sum_{i=1}^n E_i^{нач} = \sum_{i=1}^n E_i^{кон}$$

Закон сохранения импульса

Импульс или **количество движения** определяется как произведение массы m на скорость \vec{V} : $\vec{p} = m\vec{V}$

Второй закон Ньютона с использованием определения импульса:

$$m \frac{dV}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

где \vec{F} - равнодействующая приложенных к телу сил.

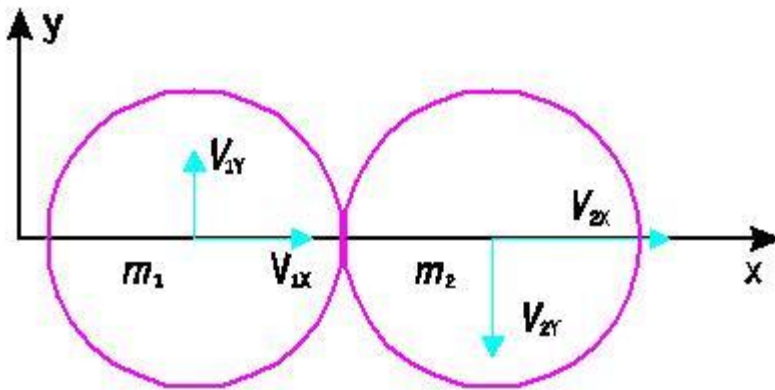
Закон сохранения импульса: когда сумма внешних сил, действующих на тело или систему тел, равна нулю (система является замкнутой), импульс тела или системы тел является постоянной величиной.

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = const$$

Упругие и неупругие столкновения

Столкновение - взаимодействие между двумя телами, происходящее за очень короткое время, и *силы столкновения* столь велики, что при этом можно пренебречь всеми остальными силами (например, гравитационным взаимодействием тел).

Упругое столкновение - при котором сохраняется полная кинетическая энергия взаимодействующих тел.



Решение системы – выражение для скоростей после соударения:

$$V_1' = \frac{(m_1 - m_2)V_1 + 2m_2V_2}{m_1 + m_2} ; \quad V_2' = \frac{(m_2 - m_1)V_2 + 2m_1V_1}{m_1 + m_2}$$

Закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} = \frac{m_1V_1'^2}{2} + \frac{m_2V_2'^2}{2}$$

Закон сохранения импульса:

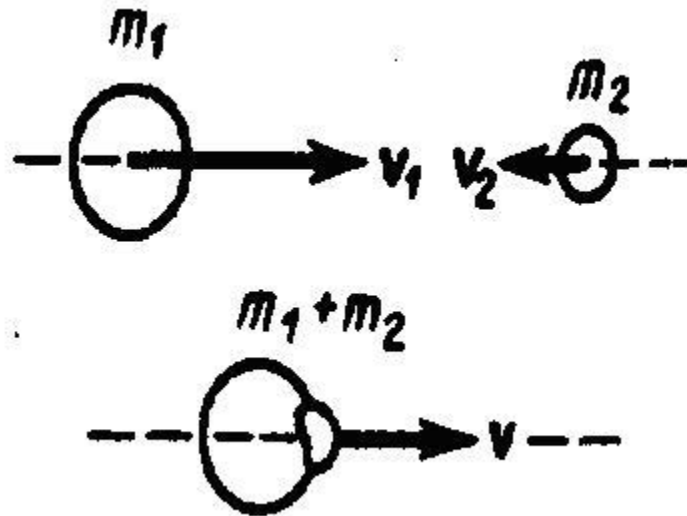
$$m_1V_1 + m_2V_2 = m_1V_1' + m_2V_2'$$

где V_1 и V_2 скорости частиц до удара, а штрихованные - после удара.

Упругие и неупругие столкновения

Неупругое столкновение - при котором полная кинетическая энергия взаимодействующих тел не сохраняется.

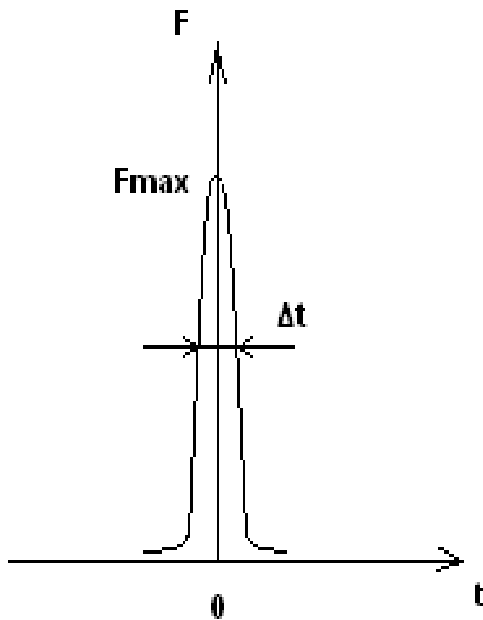
В этом случае сохраняется только импульс тела и в результате трения одного тела о другое, часть кинетической энергии переходит в тепловую.



Импульс силы

II закон Ньютона $\rightarrow dp = F \cdot dt \xrightarrow{\int dt} \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{p_1}^{p_2} d\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$

Величина $J = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$ называется **импульсом силы** и является причиной изменения импульса в процессе столкновения.



Силу, действующую в процессе столкновения, можно аппроксимировать функцией, близкой по форме к **распределению Гаусса**. На рисунке слева величина Δt - ширина пика на половине высоты.

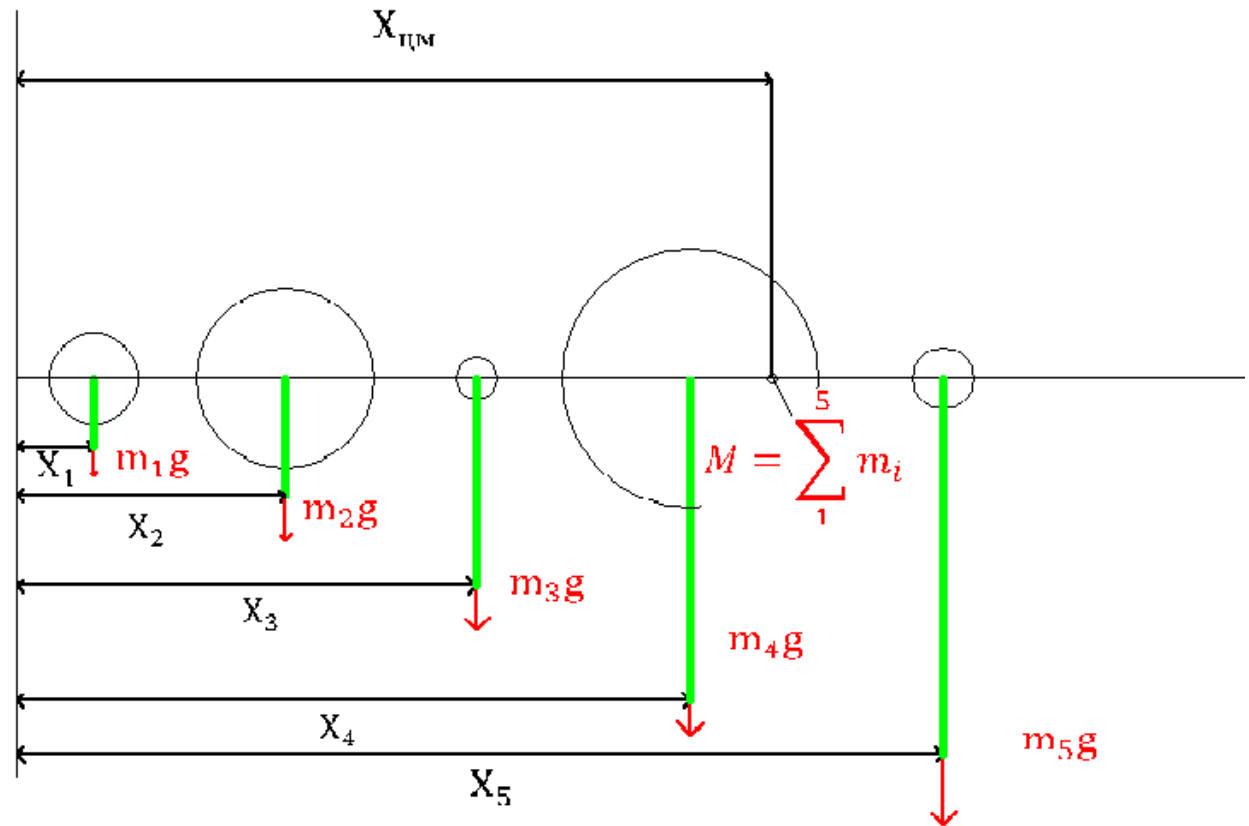
Понятие центра масс. Система центра инерции

Центр масс - точка, которая будет двигаться по той же траектории, как и материальная точка, на которую действовала бы результирующая всех сил, действующих на тело.

$$X_{\text{цм}} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

$$Y_{\text{цм}} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}$$

$$Z_{\text{цм}} = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i}$$



Система центра инерции (СЦИ) - система координат, в которой центр масс всех движущихся тел покоится.

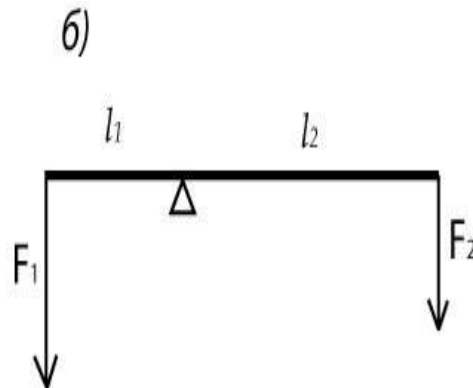
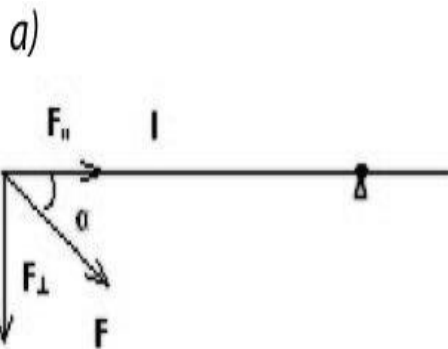
Момент силы. Статика

Статика – раздел механики, описывающий условия равновесия тела.

Момент силы – физическая величина, равная произведению плеча на величину приложенной к нему силы и на синус угла между ними:

$$M = F_{\perp} l = Fl \sin \alpha$$

Правило моментов (условие равновесия для тела, закрепленного на жесткой оси): сумма моментов сил, действующих на тело по часовой стрелке и против часовой стрелки, равна нулю.



$$M_1 - M_2 = 0, \quad M_1 = M_2 \text{ или}$$

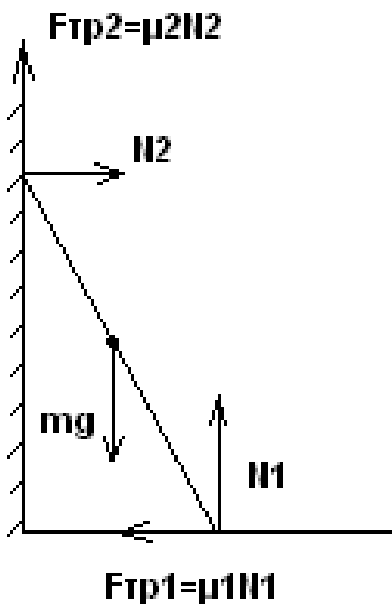
$$F_1 l_1 = F_2 l_2$$

$$\sum_{i=1}^N M_i = 0$$

Момент силы. Статика

Пример.

Лестница массы m прислонена к стене. Коэффициент трения между полом и лестницей μ_1 , а угол между лестницей и полом равен α . Определить коэффициент трения между лестницей и стеной μ_2 , при котором она не будет скользить.



$$Y : mg - N_1 - \mu_2 N_2 = 0$$

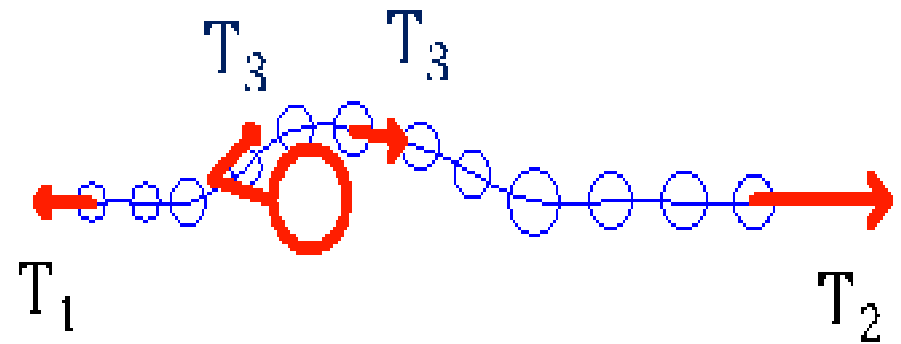
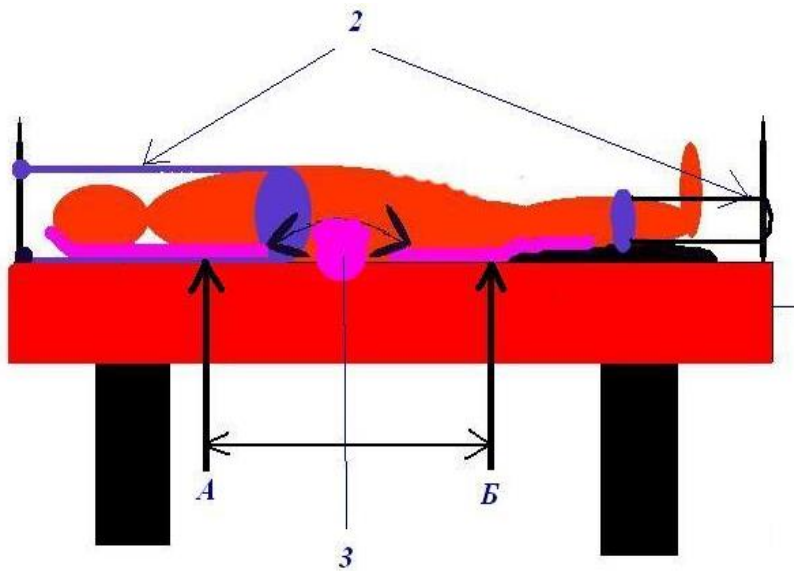
$$X : N_2 - \mu_1 N_1 = 0$$

$$M : mg \times \frac{l}{2} \cos \alpha - N_2 \sin \alpha \times l - \mu_2 N_2 \cos \alpha \times l = 0$$

$$\mu_2 = \frac{(\cos \alpha - 2 \mu_1 \sin \alpha)}{\mu_1 \cos \alpha} = \frac{1}{\mu_1} - 2 \operatorname{tg} \alpha$$

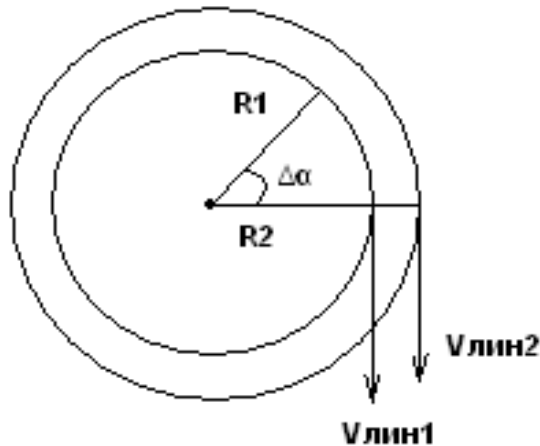
Момент силы. Статика

Медицинский пример использования законов статики:
прибор для вытягивания позвоночника.



Слева - общий вид установки, справа - вытягивающее действие сил

Вращательное движение



Угловая скорость – отношение изменения угла, которое проходит тело при вращении, к промежутку времени, за который оно совершается:

$$\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}$$

Связь угловой и линейной скорости:

$$V = \frac{dl}{dt} = R \frac{d\alpha}{dt} = \omega R$$

Угловое ускорение – отношение изменения угловой скорости $\Delta\omega$ к промежутку времени Δt , за который происходит это изменение:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \longrightarrow \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$$

Связь углового и линейного ускорений: $a = R \frac{d\omega}{dt} = R \frac{d^2\alpha}{dt^2} = R\varepsilon$

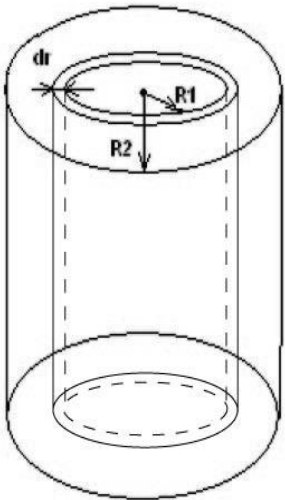
Момент инерции

$$ma = F \quad \longleftrightarrow \quad mR \varepsilon = F \quad \xrightarrow{\cdot R} \quad mR^2 \varepsilon = M$$

$I = mR^2$ – **момент инерции** тела (размерами которого можно пренебречь) массы m , вращающегося по окружности радиуса R .

Для конечного числа материальных точек (если размером тела пренебречь нельзя) момент инерции определяется выражением:

$$I = \sum_i m_i R_i^2 \quad \xrightarrow{\text{Число точек} \rightarrow \infty} \quad I = \int R^2 dm$$



Пример. Вычислить момент инерции цилиндра внешнего и внутреннего радиуса соответственно R_2 и R_1 и высотой H .

Элемент объема цилиндра: $dV = 2\pi hrdr$

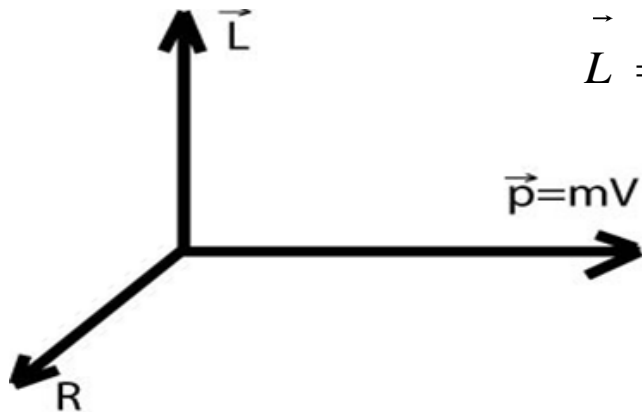
Элемент массы: $dm = \rho dV = 2\pi\rho hrdr$

$$\text{Отсюда: } I = \int r^2 dm = 2\pi\rho h \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr = 2\pi\rho h \frac{R_2^4 - R_1^4}{4}$$

$$m = \rho V = \rho\pi (R_2^2 - R_1^2)h \quad \longrightarrow \quad I = \frac{1}{2} m (R_1^2 + R_2^2)$$

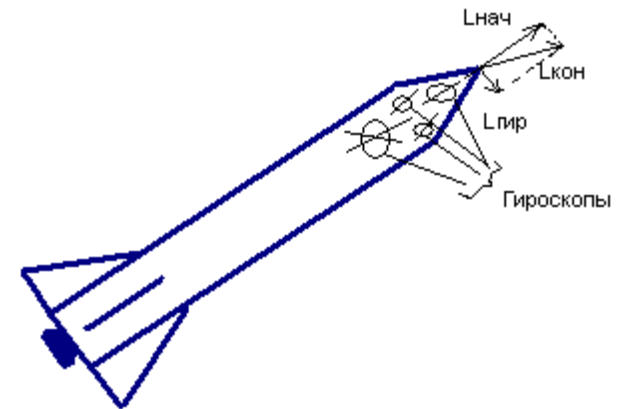
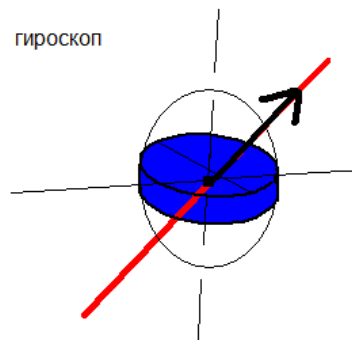
Момент импульса. Закон сохранения момента количества движения

Момент импульса (момент количества движения) — величина, равная произведению радиуса на импульс тела:



$$\vec{L} = \vec{R} \times m \vec{V} = \vec{R} \times \vec{p}$$

Коррекция ракеты с использованием гироскопов:



II закон Ньютона для вращательного движения, записанный с использованием понятия момента количества движения:

$$I \varepsilon = M$$

Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.

II закон Ньютона: $m \vec{a} = \vec{F} \rightarrow R m \vec{a} = \vec{R} \times \vec{F}$

Учитывая, что $\vec{R} \times \vec{F} = \vec{M}$ и $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = R \frac{d^2\alpha}{dt^2} = R \vec{\varepsilon}$, получим

$$mR^2 \frac{d^2\alpha}{dt^2} = M \iff I \ddot{\alpha} = M \iff I \frac{d\omega}{dt} = M \iff \frac{dI\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

$I\vec{\omega} = \vec{L}$ - другое определение момента импульса

Закон сохранения момента импульса: в замкнутой системе полный момент вращения тела остается постоянным, если действующий на тело суммарный момент сил равен нулю.

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i = const$$